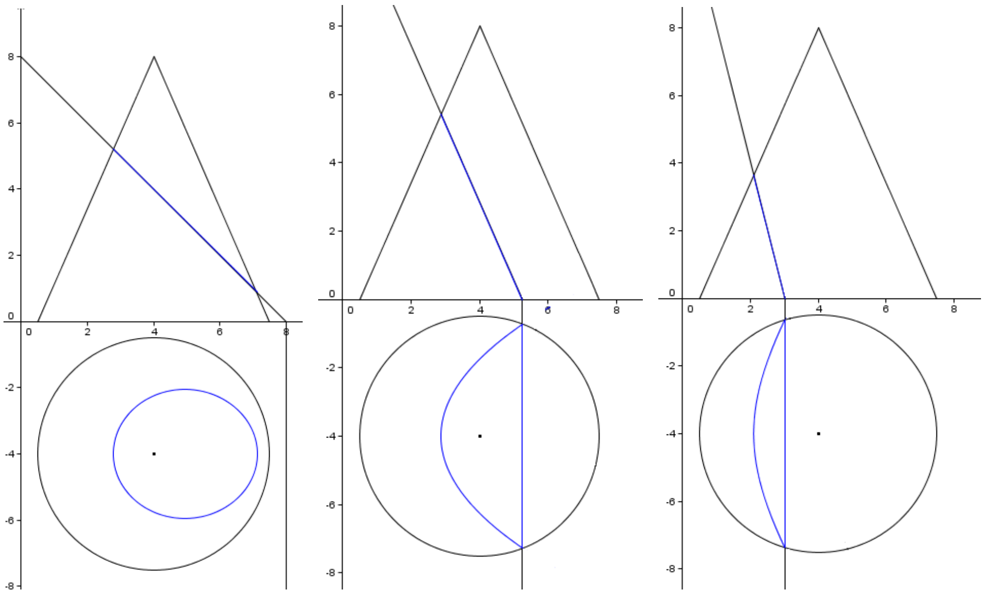
Řez kužele

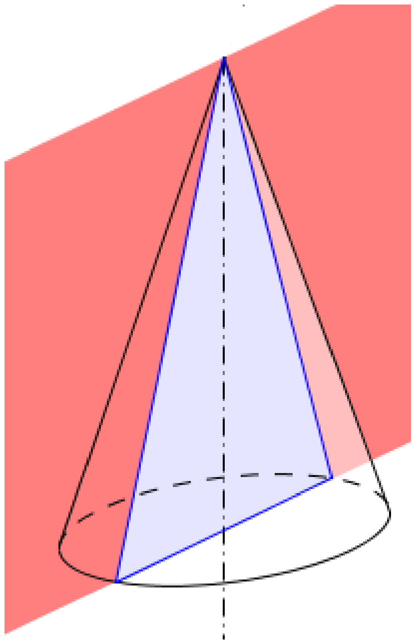


Povedeme-li řez hranolem nebo jehlanem, plochou řezu bude vždy mnohoúhelník. Jakou plochu získáme, pokud řez povedeme kuželem? Právě o tomto problému a jeho konstrukci si něco řekneme.

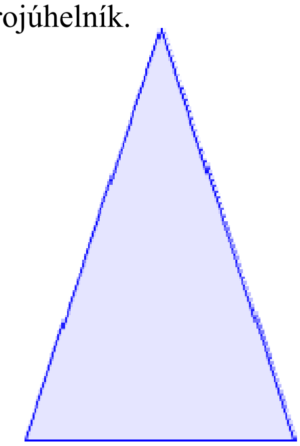
Jak bude vypadat řez?

Řezem kužele může být trojúhelník, kružnice, elipsa, parabola, nebo hyperbola. Tvar řezu závisí na poloze roviny řezu:

1. řez vrcholovou rovinou

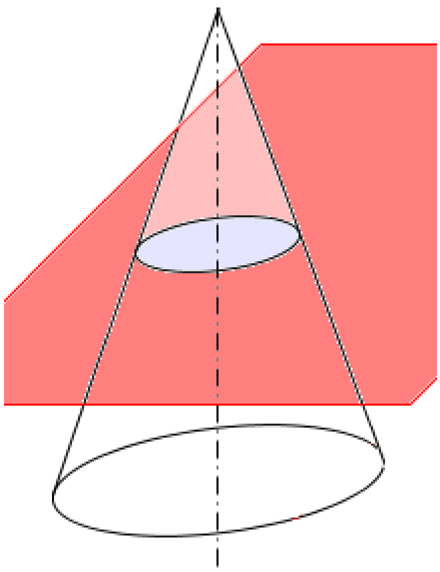


Bude-li rovina řezu procházet vrcholem kužele, řeznou plochou bude trojúhelník.

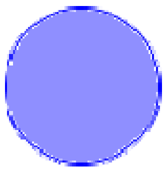


pokud rovina řezu prochází osou kužele, mluvíme o **osovém řezu**

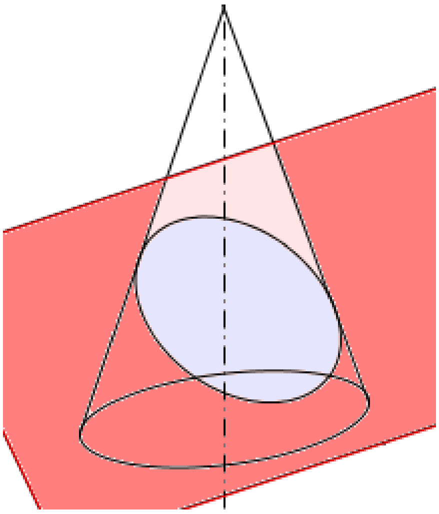
2. řez rovinou rovnoběžnou s podstavou kužele



Pokud bude rovina řezu rovnoběžná s podstavou kužele, řezem bude kružnice.



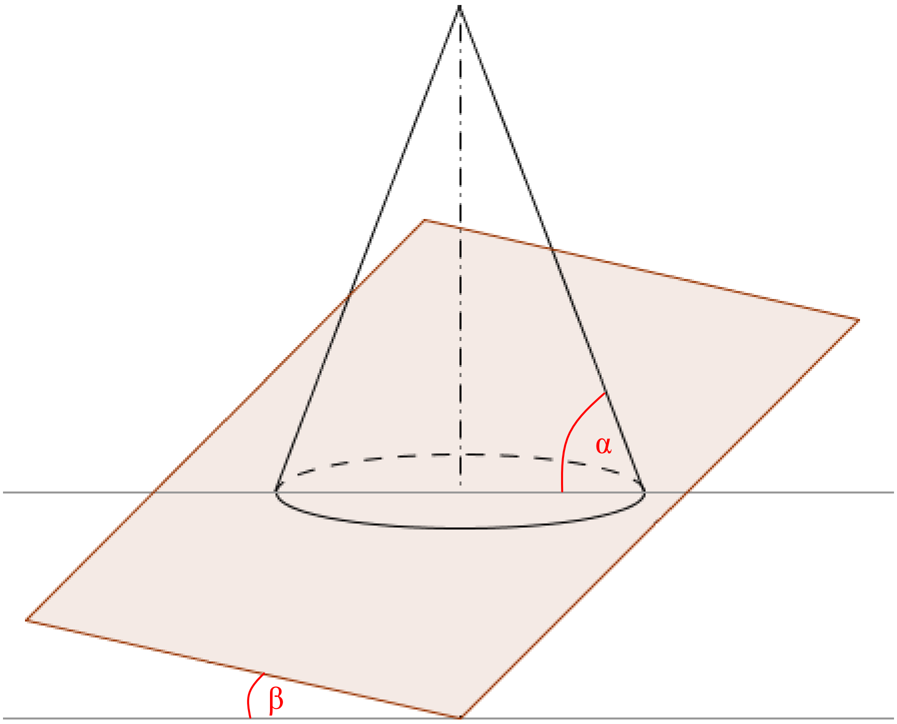
3. ostatní řezy

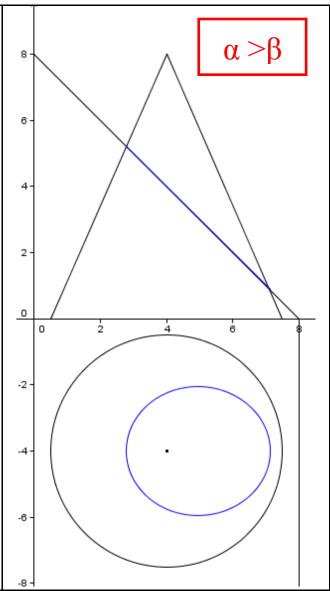
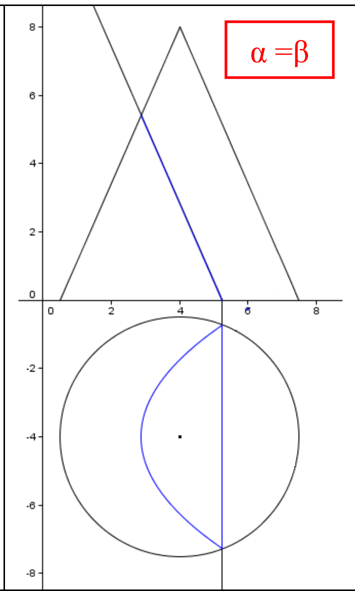
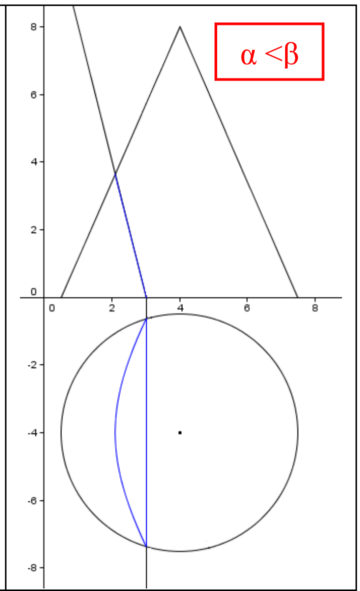


V ostatních případech vznikne kuželosečka.

Ještě ale není jasné, jaká kuželosečka vznikne

Druh kuželosečky zjistíme srovnáním úhlu α, který svírá povrchová přímka válce s půdorysnou, a úhlu β, který svírá řezná rovina s půdorysnou.



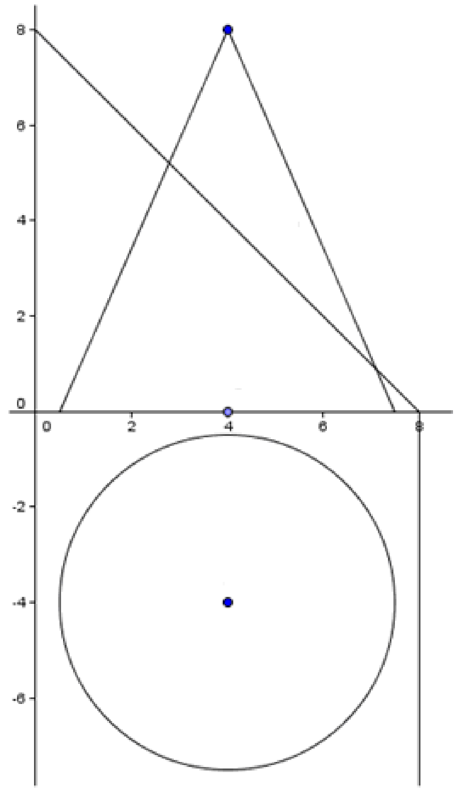
Pokud			
Potom je plochou řezu	elipsa	parabola	hyperbola

Konstrukce řezu

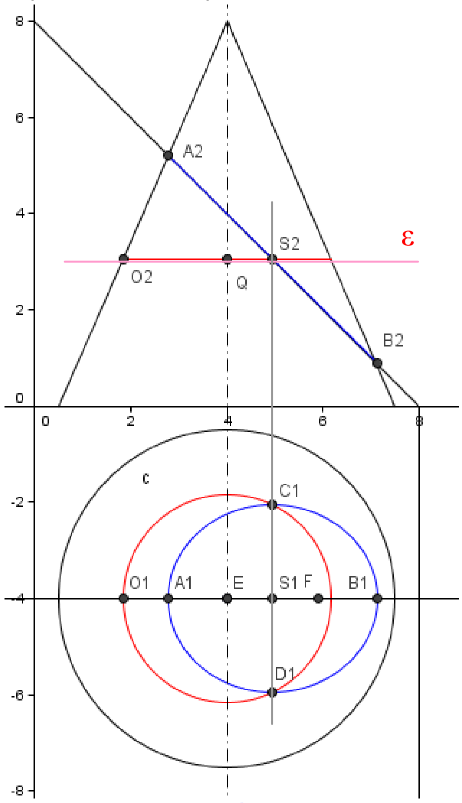
Ukážeme si konstrukce řezu eliptického, parabolického i hyperbolického. U všech příkladů provedeme řez rovinou kolmou k nárysně.

Eliptický řez

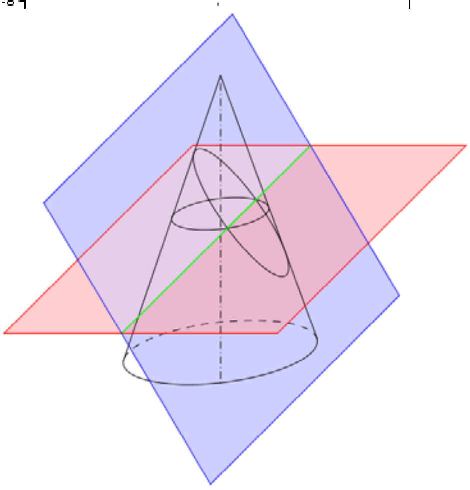
kužel: S (4; 4; 0)
r = 1,75
rovina řezu: δ (8; ∞; 8)



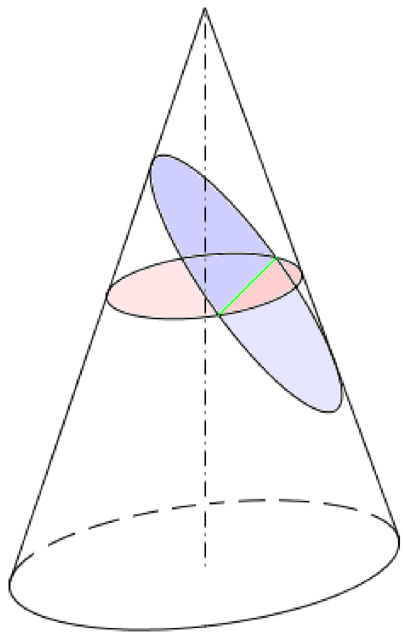
V nárysně se řez bude jevit jako úsečka (viz. modrá úsečka na obrázku). V půdorysně vznikne elipsa. Hlavní osu elipsy zjistíme snadno – stačí přenést body *A2*, *B2* do půdorysny (→ *A1*, *B1*).
Vyneseme body *A1*, *B1*.



Pro vedlejší osu musíme zavést pomocnou rovinu ε, která je rovnoběžná s půdorysnou a prochází středem elipsy *S* (*S2* je střed úsečky *A2B2*).
Zkonstruujeme řez kužele rovinou ε.
V nárysně je to úsečka, v půdorysně kružnice. Body *C1*, *D1* jsou průsečíky kružnice pomocného řezu a kolmice na hlavní osu elipsy *A1B1* procházející středem elipsy *S1* (viz. obrázky dole).
Body C_1, D_1.
Nyní stačí jenom dokreslit elipsu a řez je hotový.
Narýsujeme elipsu.

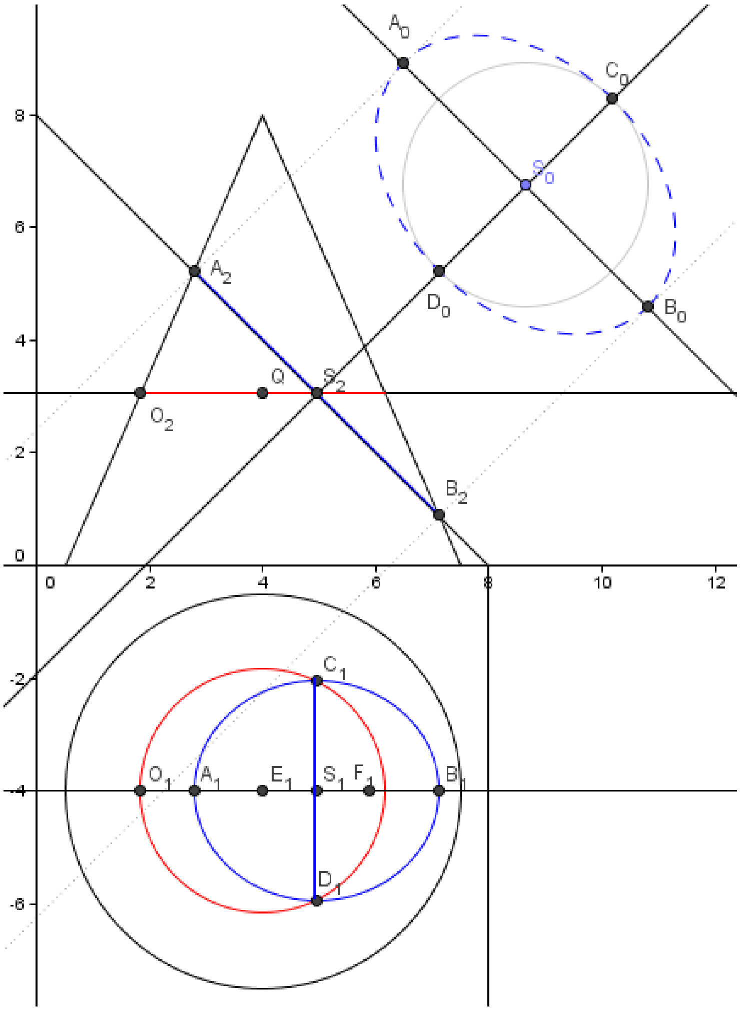


Tyto dva obrázky znázorňují vztah roviny řezu a pomocné



<u>Skutečná velikost řezu</u>

Vynesení elipsy ve skutečné velikosti není složité, musíme si ale uvědomit, kde jsou osy ve skutečné velikosti.



Hlavní osu vidíme ve skutečné velikosti v nárysně. Pro jednoduché vynesení velikosti nakreslíme elipsu nad druhý průmět kužele.

Vykreslíme body S_0, A_0, B_0.

Přímky A_2A_0, S_2S_0, B_2B_0 *jsou kolmé na přímku* A_2B_2.

Nyní se podívejme do půdorysny. Pomocná rovina ε je rovnoběžná s půdorysnou, takže je znázorněna ve skutečné velikosti. Proto vedlejší osa C_1D_1 je ve skutečné velikosti.

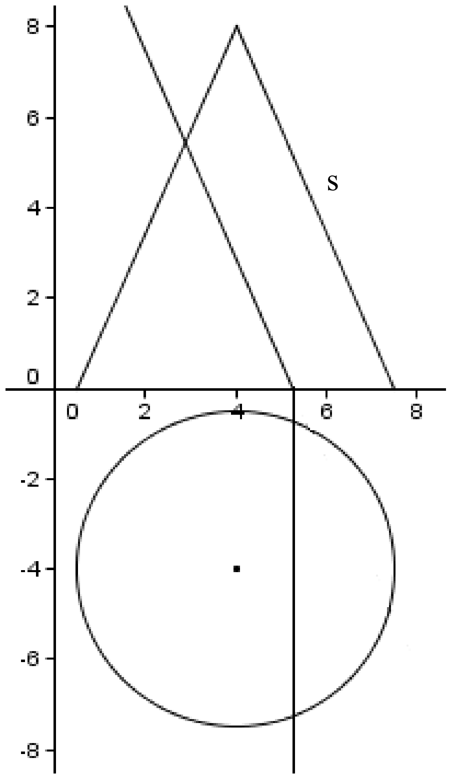
Vykreslíme body C_0, D_0.

Narýsujeme elipsu.

Parabolický řez

kužel: S (4; 4; 0)
r = 1,75

rovina řezu: δ || s
δ ⊥π_2 π_2…nárysna
P(1; 0; 10) ∈ δ

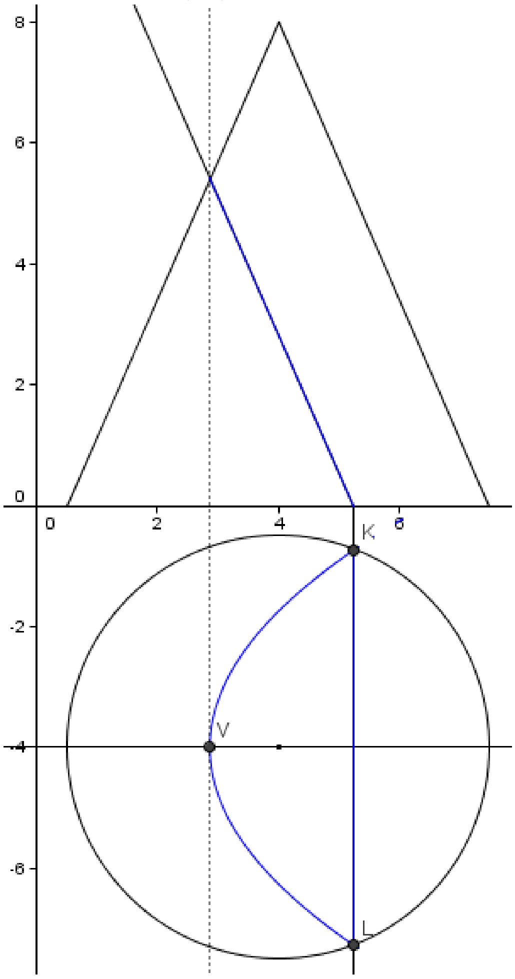


Tento příklad jspočívá pouze ve vynesení 3 bodů do půdorysny. V nárysně se řez jeví jako úsečka. Do půdorysny vyneseme body *K*, *L* a *V*.

Body *K*, *L*, *V*.

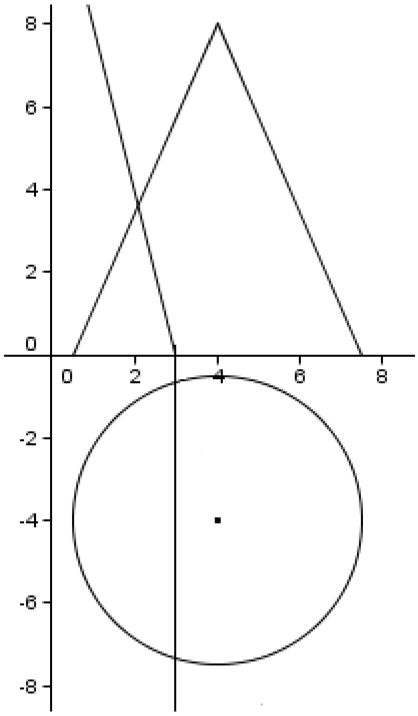
V je vrchol paraboly, K a L jsou body, které leží na parabole.

Pomocí subtangenty a subnormály narýsujeme parabolu zadanou osou (rovnoběžka s osou *x* bodem *V*), vrcholem *V* a bodem *K* (popř. *L*).

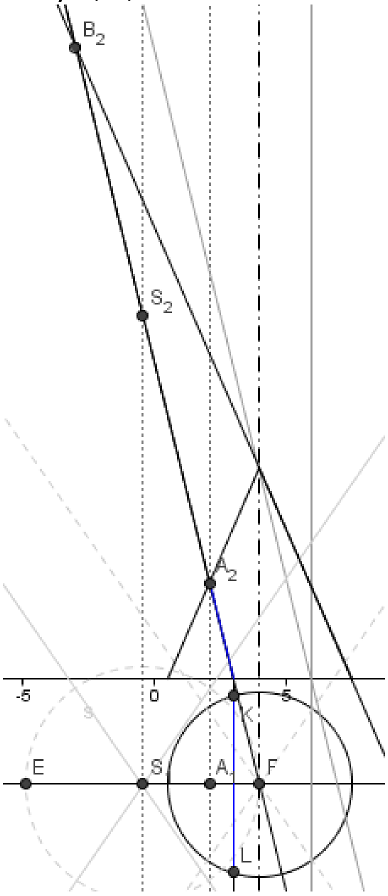


Hyperbolický řez

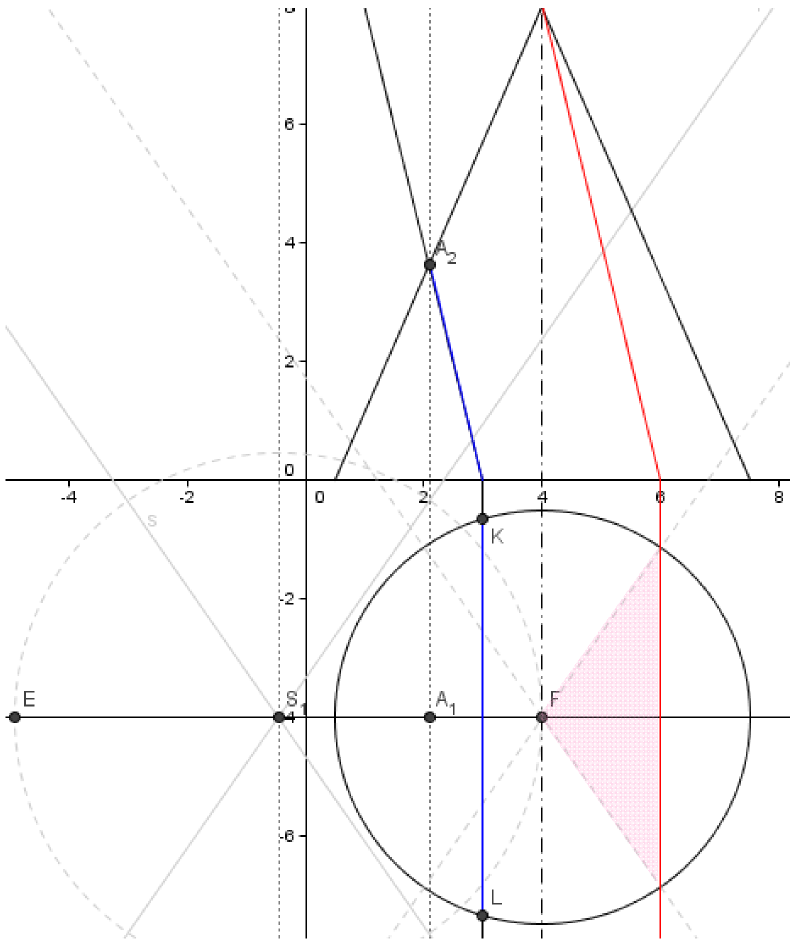
kužel: S (4; 4; 0)
r = 1,75
rovina řezu: δ (3; ∞; 12)



Vrcholy hyperboly A_2, B_2 jsou v nárysu průsečíky stopy roviny a povrchové přímky kužele. Bod S_2 je středem A_2B_2. Jejich prvé průměty leží na vodorovné ose podstavy kužele.
Body *A*, *B*, *S*.



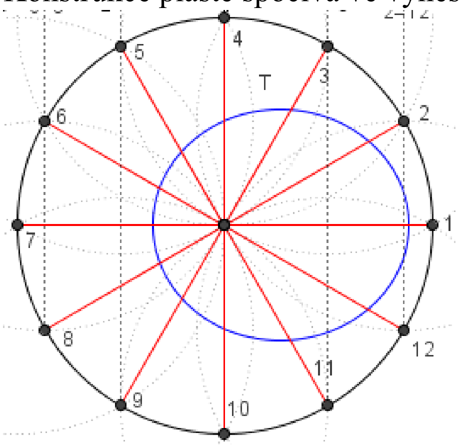
Pro získání asymptot hyperboly musíme zavést vrcholovou rovinu, tj. rovina rovnoběžná s rovinou řezu, která prochází vrcholem kužele (červeně).
Vrcholová rovina.
Řezem touto rovinou je trojúhelník (růžový).
Asymptoty hyperboly jsou rovnoběžné s rameny trojúhelníka a procházejí středem hyperboly *S*.
Asymptoty.
Vzdálenost středu hyperboly S a průsečíku asymptoty a kolmice na vodorovnou osu kužele je excentricita.
Můžeme tedy nakreslit ohniska elipsy.
Ohniska elipsy *E*, *F*.
Známe střed S_1, vrcholy A_1, B_1, a ohniska *E*, *F* hyperboly.
Pro řez k tomuto příkladu potřebujeme pouze pravou větev elipsy (vrchol A_1, ohnisko *F*).
Hyperbola.



Plášť seříznutého kužele

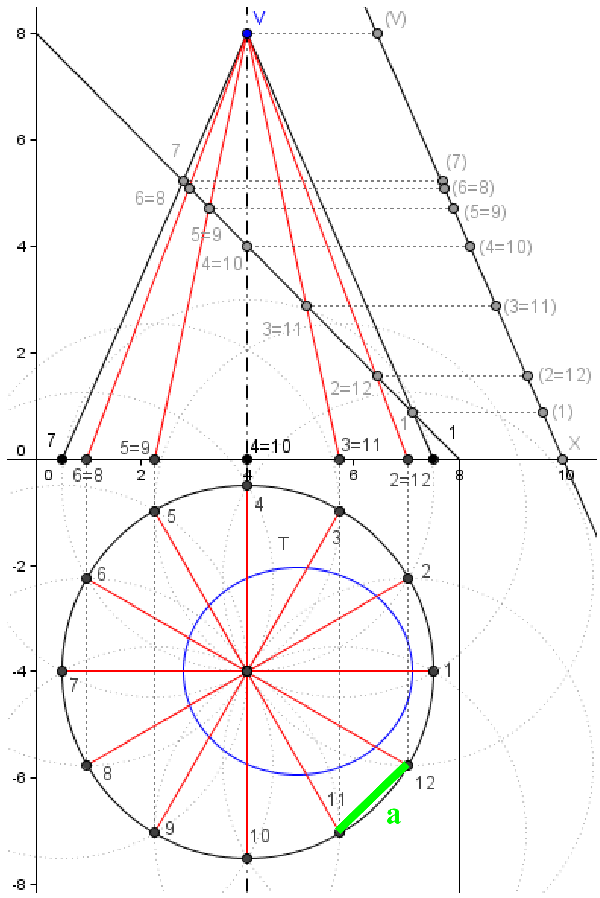
Plášť kužele nakreslíme u eliptického, parabolického i hyperbolického řezu stejně. Postup si ukážeme na eliptickém řezu. Zadání řezu je stejné jako zadání příkladu pro [eliptický řez](#).

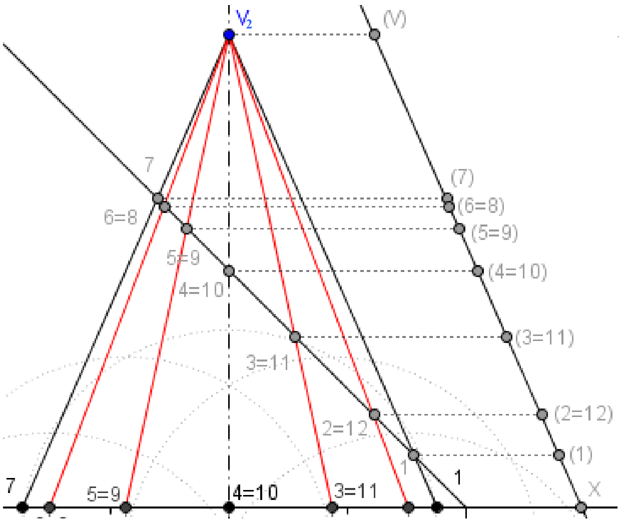
Konstrukce pláště spočívá ve vynesení povrchových přímek válce ve skutečné velikosti.



Nejprve rozdělíme podstavu kužele na 12 stejných dílů. Na obvodu kružnice vznikne 12 bodů, očíslujeme je za sebou.
V půdorysně narýsujeme body *1-12*.

Tyto body můžeme převést do nárysny.
Převedeme body *1-12* do nárysny.
Nyní sestrojíme 12 povrchových přímek kužele, každá přímka spojí jeden z bodů *1-12* s vrcholem V_2 (na obrázku červené úsečky + úsečky $1V_2$, $7V_2$ a osa kužele).
Sestrojíme povrchové přímky.
Získáme průsečíky povrchových přímek s řezem v nárysně. Tyto body vyneseme na přímku ve skutečné velikosti *(V)X*. Tato přímka je rovnoběžná s povrchovou přímkou $1V_2$, která je ve skutečné velikosti.
Průsečíky povrchových přímek s řeznou rovinou ve skutečné velikosti.





Už můžeme začít s konstrukcí pláště. Nejprve narýsujeme povrch pláště, který není seříznutý. K tomu potřebujeme znát vzdálenost vrcholu kužele *V* od kružnice v půdorysně. Tuto velikost mají povrchové přímky. Přímky $1V_2$ a $7V_2$ vidíme ve skutečné velikosti, stačí tedy vynést vzdálenost jedné z nich.
Kružnice k(V;7V₂). *(střed v bodě V, poloměr $7V_2$)*
Pláštěm bude kruhová úseč. Tu zjistíme vynesením bodů *1-12* na kružnici *k*.

Jednoduše vyneseme velikost *a* (úsečka → plášť bude nepřesný, přesto je tato metoda nejpoužívanější). Bod *1* je libovolný na kružnici. Bod *2* je na kružnici a jeho vzdálenost od bodu *1* je *a*, bod *3* je na kružnici a jeho vzdálenost od bodu *2* je *a*… takto pokračujeme dokud se nedostaneme zpět k bodu *1*. ***!!! Celkem získáme 13 bodů v pořadí*** **1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-1.**

Vyneseme body *1-12* na kružnici *k*.

Úhel kruhové výseče je α. Takže plášť kužele bez řezu je hotový. Teď do něj vyneseme body pláště s řezem.

Sestrojíme úsečky *1V*, *2V*, *3V*, …, *12V*, *1V*.

Tyto úsečky jsou povrchové přímky kužele z bodů 1-12 (na obrázcích na předchozí stránce nakresleny červeně). V nárysně máme tyto úsečky přenesené do skutečné velikosti (skutečná vzdálenost průsečíků povrchových přímek kužele a řezné roviny od vrcholu V_1. Přenesením těchto vzdáleností získáme body, kterými proložíme křivku, a plášť je hotový.

Vyneseme průsečíky povrchových přímek s řeznou rovinou a těmito průsečíky proložíme křivku.